# Integralrechnung: Das unbestimmte Integral

Se/Ki

## Differentiation eines Polynoms:

$$y=f(x)=a\cdot x^n \quad\Rightarrow\quad y'=a\cdot n\cdot x^{n-1} \quad\Rightarrow\quad y''=a\cdot n\cdot(n-1)\cdot x^{n-2}$$

Integration als Umkehrung der Differentiation: Versuch, aus der n-ten Ableitung über die nächstniedere Ableitung die **Stammfunktion** zu erreichen:

$$y''=a\cdot n\cdot(n-1)\cdot x^{n-2} \quad\Rightarrow\quad y'=a\cdot n\cdot\frac{n-1}{n-1}\cdot x^{n-2+1} \quad\Rightarrow\quad y'=a\cdot n\cdot x^{n-1}$$

$$\Rightarrow\quad y=a\cdot\frac{n}{n}\cdot x^{n-1+1} \quad\Rightarrow\quad y=a\cdot x^n$$

Bei der **Integration** einer Funktion, die man als Differentialfunktion betrachten kann, wird die **Stammfunktion** wieder hergestellt.

| Differenzieren: | Integrieren: | allgemein: |
|---|---|---|
| $y=f(x) \Rightarrow y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}$ | $y'=f'(x)=\frac{dy}{dx} \Rightarrow y=f(x)$ | $f'(x)=x^n$ |
| $y=x^4 \Rightarrow y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=4x^3$ | $y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=4x^3 \Rightarrow f(x)=x^4$ | $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{n+1}\cdot x^{n+1}$ |

## Daraus einfache Regel:

Beim Integrieren einer **Potenzfunktion** wird der Exponent um 1 erhöht und die **neue** Funktion durch den **neuen** Exponenten dividiert.

## Allgemein:

$y=f(x) \Rightarrow y'=\frac{dy}{dx}=f'(x) \Rightarrow dy=f'(x)\cdot dx$

$y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=4\cdot x^3 \Rightarrow dy=4\cdot x^3\cdot dx$

$\int dy=\int f'(x)\cdot dx$

$y=f(x)$

$\int dy=4\cdot x^3\cdot dx \Rightarrow \underline{\underline{y=\frac{4}{4}\cdot x^4}}$

## Das unbestimmte Integral:

$$\left.\begin{aligned} y_1&=2x^3+5x+8\\ y_2&=2x^3+5x-6\\ y_3&=2x^3+5x-2\end{aligned}\right\}\quad y_1'=y_2'=y_3'=y'=6x^2+5$$

Verschiedene Funktionen, die sich nur im absoluten Glied unterscheiden, haben gleiche Ableitungen!

$J(x)=\int f'(x)\cdot dx=\int(6x^2+5)\cdot dx$

$J(x)=2x^3+5x+c$ c: Integrationskonstante

$J(x)=2x^3+5x+c$ ≙ Menge aller Stammfunktionen, die dem selben Differential $f'(x)\cdot dx=(6x^2+5)\cdot dx$ zugeordnet werden können.

Graphische Interpretation:

$J(x)=2x^3+5x+c$ ≙ Richtungsfeld aller parallelen Funktionen, die mit unterschiedlichen Werten für c gezeichnet werden können.